

1. (A) $(-1)^n \times n = \begin{cases} -n & \text{se } n \text{ ímpar} \\ n & \text{se } n \text{ par} \end{cases}$

A sucessão definida por $(-1)^n \times n$ não é convergente.

(B) $\frac{(-1)^n}{n} = \begin{cases} -\frac{1}{n} & \text{se } n \text{ ímpar} \\ \frac{1}{n} & \text{se } n \text{ par} \end{cases}$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)^n}{n} = 0$, logo a sucessão definida por $\frac{(-1)^n}{n}$ é convergente.

(C) $(-1)^n + n = \begin{cases} -1 + n & \text{se } n \text{ ímpar} \\ 1 + n & \text{se } n \text{ par} \end{cases}$

A sucessão definida por $(-1)^n + n$ não é convergente.

(D) $(-1)^n - n = \begin{cases} -1 - n & \text{se } n \text{ ímpar} \\ 1 - n & \text{se } n \text{ par} \end{cases}$

A sucessão definida por $(-1)^n - n$ não é convergente.

Opção (B)

2. Seja (u_n) a progressão geométrica de razão $\frac{2}{3}$. Sabe-se que $S_5 = 211$.

$$u_1 \times \frac{1-r^5}{1-r} = 211 \Leftrightarrow u_1 \times \frac{1-\left(\frac{2}{3}\right)^5}{1-\frac{2}{3}} = 211 \Leftrightarrow u_1 \times \frac{1-\frac{32}{243}}{\frac{1}{3}} = 211$$

$$\Leftrightarrow u_1 \times \frac{211}{243} = \frac{211}{3} \Leftrightarrow u_1 = \frac{243}{3} \Leftrightarrow u_1 = 81$$

$$u_5 = u_1 \times r^4$$

$$u_5 = 81 \times \left(\frac{2}{3}\right)^4 = 81 \times \frac{16}{81} = 16$$

3. • $P(\bar{B}) = 0,6$

• $P(A \cup B) = 0,6$

• $A \cap B = \emptyset$

$$P(\bar{B}) = 0,6 \Leftrightarrow 1 - P(B) = 0,6 \Leftrightarrow P(B) = 0,4$$

$$P(A \cup B) = 0,6 \Leftrightarrow P(A) + P(B) - (A \cap B) = 0,6$$

$$\Leftrightarrow P(A) + 0,4 - \underbrace{P(\emptyset)}_{=0} = 0,6$$

$$\Leftrightarrow P(A) = 0,6 - 0,4$$

$$\Leftrightarrow P(A) = 0,2$$

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,2 = 0,8$$

Opção (D)

4. Pretende-se colocar duas peças no tabuleiro, uma peça por cada casa. Existem dois casos mutuamente exclusivos: ou as duas peças são da mesma cor ou as duas peças são de cores diferentes. Vejamos o primeiro caso. Existem 3 hipóteses distintas para a escolha da cor (verde, amarela ou encarnada). Por cada uma destas hipóteses, existem ${}^{12}C_2$ maneiras distintas de escolher quais serão as duas casas, de entre as doze, que serão ocupadas pelas duas peças. Assim, $3 \times {}^{12}C_2$ corresponde ao número de maneiras possíveis de colocar duas peças com a mesma cor no tabuleiro. Em relação ao segundo caso, existem ${}^3C_2$ modos distintos de escolher as duas cores, de entre as três possíveis das duas peças (cores diferentes). Por cada uma destas maneiras, existem ${}^{12}A_2$ modos distintos de escolher ordenadamente as duas casas, de entre as doze onde vão ser colocadas as duas peças distintas. Assim, ${}^3C_2 \times {}^{12}A_2$ corresponde ao número de configurações coloridas diferentes em que as duas peças têm cores distintas. Daqui se conclui que $3 \times {}^{12}C_2 + {}^3C_2 \times {}^{12}A_2$ é uma expressão que permite determinar o número de configurações coloridas diferentes que é possível de se obter.

5. Consideremos os seguintes acontecimentos:

S: "O aluno jogou Semáforo."

R: "O aluno jogou Rastros."

Sabemos que:

$$\bullet P(S) = \frac{1}{2}$$

$$\bullet P(\bar{R}) = \frac{1}{4}$$

$$\bullet P(S | \bar{R}) = \frac{1}{5} \Leftrightarrow \frac{P(S \cap \bar{R})}{P(\bar{R})} = \frac{1}{5} \Leftrightarrow P(S \cap \bar{R}) = \frac{1}{5} \times \frac{1}{4} \\ \Leftrightarrow P(S \cap \bar{R}) = \frac{1}{20}$$

Organizemos a informação obtida numa tabela:

	R	$\bar{R}$	Total
S		$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{2}$
$\bar{S}$			$\frac{1}{2}$
Total	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$	1

Pretende-se determinar $P(\bar{S} \cap R)$.

$$P(\bar{S} \cap R) = P(R) - P(S \cap R) = \frac{3}{4} - \frac{9}{20} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$$

Cálculo auxiliar

$$P(S \cap R) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{20} = \frac{9}{20}$$

6.

6.1 (A) $4y - 3z = 11$

$$(0, 4, -3) \cdot (0, 4, -3) = 16 + 9 = 25$$

Logo, a equação $4y - 3z = 11$ não define um plano perpendicular ao plano que contém a base.

(B) $3x + 4y + z = 10$

$$(3, 4, 1) \cdot (0, 4, -3) = 16 - 3 = 13$$

Logo, a equação $3x + 4y + z = 10$ não define um plano perpendicular ao plano que contém a base.

(C) $3y + 4z = 8$

$$(0, 3, 4) \cdot (0, 4, -3) = 12 - 12 = 0$$

A equação $3y + 4z = 8$ define um plano perpendicular ao plano que contém a base.

Averiguemos se o plano de equação $3y + 4z = 8$ passa pelo ponto de coordenadas $(1, 2, -1)$:

$$3 \times 2 + 4 \times (-1) = 8 \Leftrightarrow 6 - 4 = 8 \Leftrightarrow 2 = 8 \quad (\text{Proposição falsa})$$

Logo, o plano não passa pelo ponto dado.

(D) $x + 3y + 4z = 3$

$$(1, 3, 4) \cdot (0, 4, -3) = 12 - 12 = 0$$

A equação $x + 3y + 4z = 3$ define um plano perpendicular ao plano que contém a base.

Averiguemos se o plano de equação $x + 3y + 4z = 3$ passa pelo ponto de coordenadas $(1, 2, -1)$:

$$1 + 3 \times 2 + 4 \times (-1) = 3 \Leftrightarrow 1 + 6 - 4 = 3 \Leftrightarrow 3 = 3 \quad (\text{Proposição verdadeira})$$

Logo, o plano definido por $x + 3y + 4z = 3$ passa pelo ponto de coordenadas $(1, 2, -1)$.

Opção (D)

6.2 $V_{\text{cone}} = \frac{1}{3} \times A_b \times h = \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times h = 3\pi \times h$

$$A(0, a, 0), a \in \mathbb{R}$$

Como A pertence ao plano definido por $4y - 3z = 16$, tem-se:

$$4a = 16 \Leftrightarrow a = 4$$

$$A(0, 4, 0)$$

$$V(0, 0, c), c \in \mathbb{R}$$

$$AV: (x, y, z) = (0, 4, 0) + k(0, 4, -3), k \in \mathbb{R}$$

$$(0, 0, c) = (0, 4, 0) + k(0, 4, -3)$$

$$\begin{cases} 0 = 0 \\ 0 = 4 + 4k \\ c = 0 - 3k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = -1 \\ c = 3 \end{cases} \quad V(0, 0, 3)$$

$$h = d(A, V) = \sqrt{0^2 + 4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5$$

$$V_{\text{cone}} = 3\pi \times 5 = 15\pi$$

7. $C(-2, 1) \quad r = 3$

$\widehat{ACB} = \alpha$, ou seja, $(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}) = \alpha$

$3\alpha = 2\pi \Leftrightarrow \alpha = \frac{2\pi}{3}$

$\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = \|\overrightarrow{CA}\| \times \|\overrightarrow{CB}\| \times \cos(\widehat{\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}}) =$

$= 3 \times 3 \times \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) =$

$= 9 \times \left(-\frac{1}{2}\right) =$

$= -\frac{9}{2}$

8.

8.1 f é contínua em $x = 2$ se e só se existir $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$, isto é, $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = f(2)$.

$$\begin{aligned} \bullet \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{\sin(x-2)}{x^2-4} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \left(\frac{\sin(x-2)}{x-2} \times \frac{1}{x+2} \right) = \\ &= \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{\sin(x-2)}{x-2} \times \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1}{x+2} = \end{aligned}$$

Consideremos a mudança de variável $x - 2 = y$. Se $x \rightarrow 2^-$, então $y \rightarrow 0^-$.

$$\begin{aligned} &= \lim_{y \rightarrow 0^-} \underbrace{\frac{\sin y}{y}}_{\text{limite notável}} \times \frac{1}{4} = \\ &= 1 \times \frac{1}{4} = \\ &= \frac{1}{4} \end{aligned}$$

$\bullet \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{e^{2-x}}{x+2} = \frac{e^0}{4} = \frac{1}{4}$

$\bullet f(2) = \frac{e^0}{4} = \frac{1}{4}$

Logo, f é contínua em $x = 2$.

8.2 Em $]-\infty, -2[: f(x) = \frac{e^{2-x}}{x+2}$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{(e^{2-x})'(x+2) - (e^{2-x})(x+2)'}{(x+2)^2} = \frac{-e^{2-x}(x+2) - e^{2-x}}{(x+2)^2} = \\ &= \frac{e^{2-x}(-x-2-1)}{(x+2)^2} = \\ &= \frac{e^{2-x}(-x-3)}{(x+2)^2} \end{aligned}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{e^{2-x}(-x-3)}{(x+2)^2} = 0 \Leftrightarrow e^{2-x}(-x-3) = 0 \wedge (x+2)^2 \neq 0$$

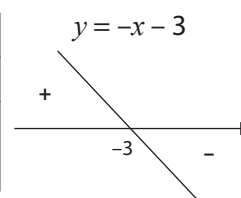
$$\Leftrightarrow \underbrace{(e^{2-x} = 0 \vee -x-3 = 0)}_{\text{equação impossível}} \wedge x \neq -2$$

equação impossível

$$\Leftrightarrow x = -3$$

Como $e^{2-x} > 0, \forall x \in]-\infty, -2[$ e $(x+2)^2 > 0, \forall x \in]-\infty, -2[$, o sinal de f' depende apenas do sinal de $x \mapsto -x-3$.

x	$-\infty$	-3		-2
Sinal de f'	+	0	-	
Variação de f	$\nearrow$	$f(-3)$ Máx.	$\searrow$	



Cálculo auxiliar

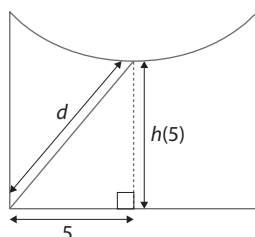
$$f(-3) = \frac{e^{2+3}}{-3+2} = \frac{e^5}{-1} = -e^5$$

$-e^5$ é máximo relativo em $x = -3$.

f é estritamente crescente em $]-\infty, -3]$ e é estritamente decrescente em $[-3, -2[$.

9.

9.1



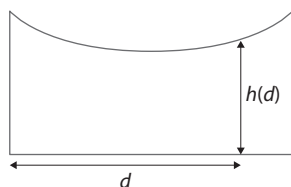
$$\begin{aligned} h(5) &= 6,3(e^0 + e^0) - 7,6 = \\ &= 12,6 - 7,6 = \\ &= 5 \end{aligned}$$

$$d^2 = 25 + 25 \Leftrightarrow d^2 = 50 \Leftrightarrow d = \pm \sqrt{50}$$

Como $d > 0, d = \sqrt{50}$, ou seja, $d \approx 7,1$.

Opção (A)

9.2



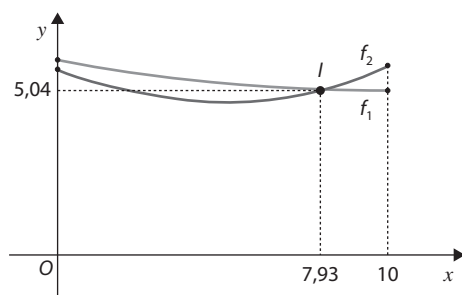
$$h(0,5d) = h(d) - 0,3$$

Usando x como variável independente:

$$\underbrace{h(0,5x)}_{f_1(x)} = \underbrace{h(x) - 0,3}_{f_2(x)}, \text{ com } 0 \leq x \leq 10$$

$$f_1(x) = 6,3 \left(e^{\frac{0,5x-5}{12,6}} + e^{\frac{5-0,5x}{12,6}} \right) - 7,6$$

$$f_2(x) = 6,3 \left(e^{\frac{x-5}{12,6}} + e^{\frac{5-x}{12,6}} \right) - 7,9$$



$$l(7,93; 5,04)$$

$$d \approx 7,9 \text{ m}$$

10. $\text{Im}(w) = -\text{Re}(w)$ e $\text{Re}(w) > 1$

$$w = a + bi, a, b \in \mathbb{R}$$

$$w = a - ai, a > 1$$

$$-iw^2 = -i(a - ai)^2 = -i(a^2 - 2a^2i + a^2i^2) =$$

$$= -i(a^2 - 2a^2i - a^2) =$$

$$= 2a^2i^2 =$$

$$= -2a^2$$

$$a > 1, \text{ logo } a^2 > 1 \Leftrightarrow -2a^2 < -2.$$

Opção (C)

11. $z^3 = \left(\frac{-\sqrt{3} + i}{\sqrt{2}i} \right)^6$

Cálculos auxiliares

$$\bullet \frac{-\sqrt{3} + i}{\sqrt{2}i} = \frac{(-\sqrt{3} + i)(-\sqrt{2}i)}{-2i^2} = \frac{\sqrt{6}i - \sqrt{2}i^2}{2} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}i}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{6}}{2}i$$

$$\bullet \left| \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{6}}{2}i \right| = \sqrt{\frac{2}{4} + \frac{6}{4}} = \sqrt{2}$$

$$\bullet \text{tg } \theta = \frac{\frac{\sqrt{6}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \wedge \theta \in 1^\circ \text{Q} \Leftrightarrow \text{tg } \theta = \sqrt{3} \wedge \theta \in 1^\circ \text{Q}$$

$$\text{Por exemplo, } \theta = \frac{\pi}{3}.$$

$$\frac{-\sqrt{3} + i}{\sqrt{2}i} = \sqrt{2} e^{i\frac{\pi}{3}}$$

Então:

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{6}}{2}i \right)^6 = \left(\sqrt{2} e^{i\frac{\pi}{3}} \right)^6 = 8 e^{i(2\pi)} = 8 e^{i(0)}$$

$$z^3 = 8 e^{i(0)}$$

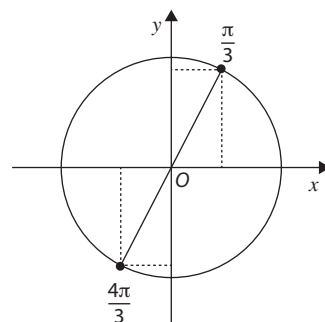
Pretendemos determinar as raízes cúbicas de $8 e^{i(0)}$, que são de forma $\sqrt[3]{8} e^{i\left(\frac{2k\pi}{3}\right)}$, $k \in \{0, 1, 2\}$.

$$\bullet k = 0 \rightarrow z_0 = 2 e^{i(0)}$$

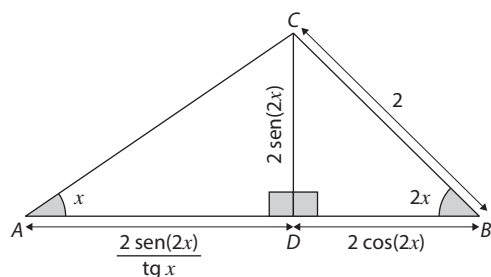
$$\bullet k = 1 \rightarrow z_1 = 2 e^{i\left(\frac{2\pi}{3}\right)}$$

$$\bullet k = 2 \rightarrow z_2 = 2 e^{i\left(\frac{4\pi}{3}\right)} \rightarrow \text{o afixo de } z_2 \text{ pertence ao terceiro quadrante.}$$

$$\begin{aligned}
 2e^{i\left(\frac{4\pi}{3}\right)} &= 2\left(\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{4\pi}{3}\right)\right) = \\
 &= 2\left(-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right) = \\
 &= -1 - \sqrt{3}i
 \end{aligned}$$



12.



Seja D a projeção ortogonal de C sobre $[AB]$:

$$\overline{AB} = \overline{AD} + \overline{DB}$$

$$\bullet \cos(2x) = \frac{\overline{DB}}{2} \Leftrightarrow \overline{DB} = 2 \cos(2x)$$

$$\bullet \sin(2x) = \frac{\overline{CD}}{2} \Leftrightarrow \overline{CD} = 2 \sin(2x)$$

$$\bullet \operatorname{tg} x = \frac{\overline{CD}}{\overline{AD}} \Leftrightarrow \overline{AD} = \frac{2 \sin(2x)}{\operatorname{tg} x}$$

$$\begin{aligned}
 \overline{AB} &= \frac{2 \sin(2x)}{\operatorname{tg} x} + 2 \cos(2x) = \frac{2 \times 2 \sin x \cos x}{\frac{\sin x}{\cos x}} + 2(\cos^2 x - \sin^2 x) = \\
 &= \frac{4 \cos^2 x}{1} + 2 \cos^2 x - 2 \sin^2 x = \\
 &= 6 \cos^2 x - 2(1 - \cos^2 x) = \\
 &= 6 \cos^2 x - 2 + 2 \cos^2 x = \\
 &= 8 \cos^2 x - 2
 \end{aligned}$$

c.q.d.

13. $g(x) = 5x - 3 \ln(x - 1)$

$$D_g =]1, +\infty[$$

Assíntotas verticais

Como g é contínua em $]1, +\infty[$, a reta de equação $x = 1$ é a única candidata a assíntota vertical ao gráfico de g .

$$\begin{aligned}
 \lim_{x \rightarrow 1^+} g(x) &= \lim_{x \rightarrow 1^+} (5x - 3 \ln(x - 1)) = 5 - 3 \times \ln(0^+) = \\
 &= 5 - 3 \times (-\infty) = \\
 &= +\infty
 \end{aligned}$$

A reta de equação $x = 1$ é assíntota vertical ao gráfico de g e é única.

Assíntotas não verticais

Como o domínio é limitado inferiormente, só faz sentido procurar assíntotas não verticais quando $x \rightarrow +\infty$.

$$y = mx + b, m, b \in \mathbb{R}$$

$$\begin{aligned} \bullet m &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x - 3 \ln(x-1)}{x} = \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(5 - \frac{3 \ln(x-1)}{x} \right) = \\ &= 5 - 3 \times \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x-1)}{x} = \end{aligned}$$

Consideremos a mudança de variável $x - 1 = y \Leftrightarrow x = y + 1$. Se $x \rightarrow +\infty$, então $y \rightarrow +\infty$.

$$\begin{aligned} &= 5 - 3 \times \lim_{y \rightarrow +\infty} \frac{\ln(y)}{y+1} = \\ &\quad \frac{\ln(y)}{y} \\ &= 5 - 3 \times \lim_{y \rightarrow +\infty} \frac{y}{1 + \frac{1}{y}} = \\ &\quad \lim_{y \rightarrow +\infty} \frac{\ln(y)}{y} \\ &= 5 - 3 \times \frac{\lim_{y \rightarrow +\infty} \frac{\ln(y)}{y}}{\lim_{y \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{y} \right)} = \\ &= 5 - 3 \times \frac{0}{1} = \\ &= 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet b &= \lim_{x \rightarrow +\infty} [g(x) - 5x] = \lim_{x \rightarrow +\infty} (5x - 3 \ln(x-1) - 5x) = \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} (-3 \ln(x-1)) = \\ &= -3 \times (+\infty) = \\ &= -\infty \end{aligned}$$

Como o valor obtido não é um número real, concluímos que o gráfico de g não admite assíntota oblíqua.

$$14. D = \{x \in \mathbb{R} : 5 - 2x > 0 \wedge 3 - x > 0\} = \left] -\infty, \frac{5}{2} \right[$$

Cálculos auxiliares

$$\begin{aligned} \bullet 5 - 2x > 0 &\Leftrightarrow -2x > -5 \Leftrightarrow x < \frac{5}{2} \\ \bullet 3 - x > 0 &\Leftrightarrow -x > -3 \Leftrightarrow x < 3 \end{aligned}$$

$$\text{Em } \left] -\infty, \frac{5}{2} \right[:$$

$$\begin{aligned} (e^x - 1) \ln(5 - 2x) + e^x \ln(3 - x) &= \ln(3 - x) \Leftrightarrow (e^x - 1) \ln(5 - 2x) + e^x \ln(3 - x) - \ln(3 - x) = 0 \\ &\Leftrightarrow (e^x - 1) \ln(5 - 2x) + \ln(3 - x)(e^x - 1) = 0 \\ &\Leftrightarrow (e^x - 1) [\ln(5 - 2x) + \ln(3 - x)] = 0 \\ &\Leftrightarrow (e^x - 1) \ln[(5 - 2x)(3 - x)] = 0 \\ &\Leftrightarrow (e^x - 1) \ln(15 - 5x - 6x + 2x^2) = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\Leftrightarrow e^x - 1 = 0 \vee \ln(15 - 11x + 2x^2) = 0 \\
&\Leftrightarrow e^x = 1 \vee 2x^2 - 11x + 15 = 1 \\
&\Leftrightarrow e^x = 1 \vee 2x^2 - 11x + 14 = 0 \\
&\Leftrightarrow x = 0 \vee x = \frac{11 \pm \sqrt{121 - 4 \times 2 \times 14}}{4} \\
&\Leftrightarrow x = 0 \vee x = \frac{11 \pm 3}{4} \\
&\Leftrightarrow x = 0 \vee x = 2 \vee x = \underbrace{\frac{7}{2}}_{\notin \left[-\infty, \frac{5}{2}\right]}
\end{aligned}$$

$$C.S. = \{0, 2\}$$

15. $f(x) = \frac{k}{x} \quad D_f = \mathbb{R}^+ \quad k \neq 0$

$A\left(a, \frac{k}{a}\right) \quad B\left(b, \frac{k}{b}\right) \quad e \ 0 < a < b$

• $m_{AB} = \frac{\frac{k}{b} - \frac{k}{a}}{b - a} = \frac{\frac{ak - bk}{ab}}{b - a} = \frac{k(a - b)}{ab(b - a)} = \frac{-k}{ab}$

Seja C o ponto do gráfico de f em que a reta tangente é paralela à reta AB.

$$C\left(c, \frac{k}{c}\right), \text{ com } c > 0$$

$$f'(c) = m_{AB}$$

$$\text{Como } f'(x) = -\frac{k}{x^2}, \text{ então } f'(c) = -\frac{k}{c^2}.$$

$$-\frac{k}{c^2} = -\frac{k}{ab} \Leftrightarrow c^2 = ab \quad \begin{matrix} c > 0 \\ a, b > 0 \end{matrix} \Leftrightarrow c = \sqrt{ab}$$

$$C\left(\sqrt{ab}, \frac{k}{\sqrt{ab}}\right)$$

Tem-se que as abcissas dos pontos A, C e B são, respetivamente, a , $\sqrt{ab}$ e b .

Verifica-se que:

$$\begin{aligned}
\bullet \ 0 < a < b &\Rightarrow \sqrt{a} < \sqrt{b} \quad \begin{matrix} \sqrt{a} > 0 \\ \sqrt{b} > 0 \end{matrix} \Leftrightarrow (\sqrt{a})^2 < \sqrt{a} \times \sqrt{b} \\
&\Leftrightarrow a < \sqrt{ab}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\bullet \ 0 < a < b &\Rightarrow \sqrt{a} < \sqrt{b} \quad \begin{matrix} \sqrt{a} > 0 \\ \sqrt{b} > 0 \end{matrix} \Leftrightarrow \sqrt{a} \times \sqrt{b} < (\sqrt{b})^2 \\
&\Leftrightarrow \sqrt{ab} < b
\end{aligned}$$

Ou seja, $a < \sqrt{ab} < b$.

Tem-se que:

$$\left. \begin{aligned}
\bullet \ \frac{\sqrt{ab}}{a} &= \frac{\sqrt{a} \times \sqrt{b}}{a} = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = \sqrt{\frac{b}{a}} \\
\bullet \ \frac{b}{\sqrt{ab}} &= \frac{b}{\sqrt{a} \times \sqrt{b}} = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = \sqrt{\frac{b}{a}}
\end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{\sqrt{ab}}{a} = \frac{b}{\sqrt{ab}}$$

Logo, para qualquer valor de k , as abcissas dos três pontos são termos consecutivos de uma progressão geométrica.